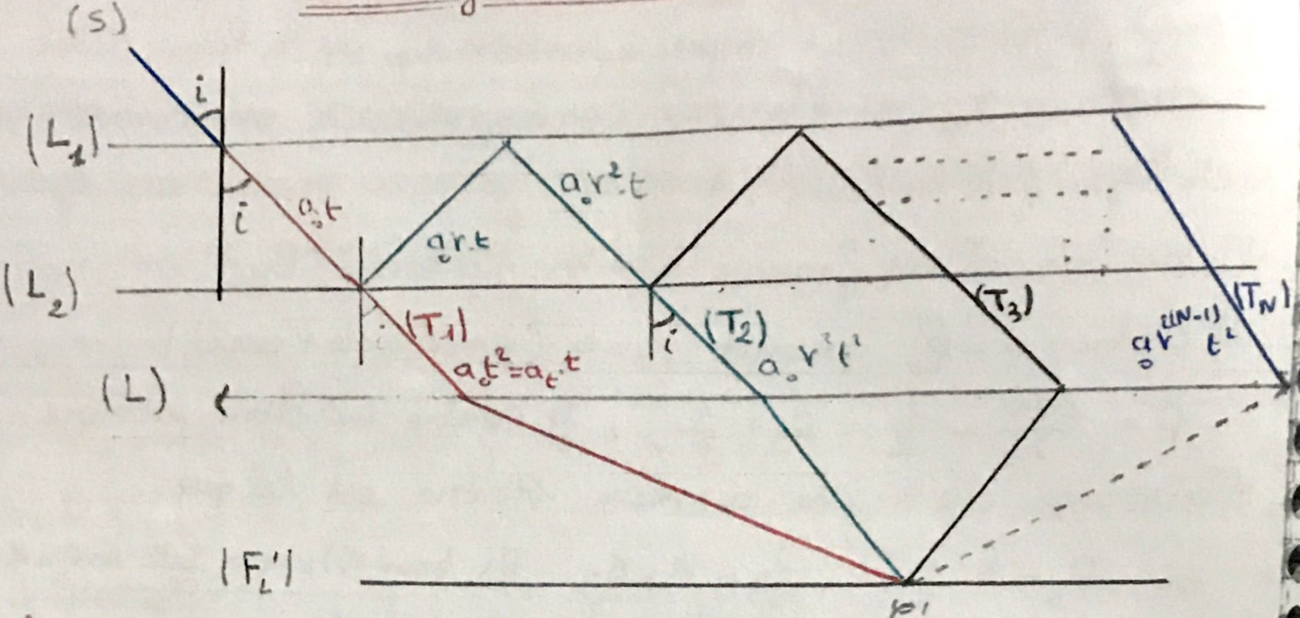
Interferences multiples



Quelque Defenition utiles :

On defint le facteur de reflexion (respectivement facteur de transmi)

$\rightarrow R = \dfrac{I_r}{I_0}$ $\quad I_0$: Intensité de l'onde incidente

$\rightarrow T = \dfrac{I_t}{I_0}$ $\quad I_t$: " " " transmise

I_r : " " " reflechie

$I_0 = I_r + I_t$ (conservation de l'energie

$$\frac{I_0}{I_0} = 1 = \frac{I_r}{I_0} + \frac{I_t}{I_0} = R + T$$

$R + T = 1$ ave $0 < R < 1$ et $0 \leq T \leq 1$

On definit les coéfficient de transmission t et de reflexion r relatif à l'amplitude $\rightarrow I_0 = a_0^2$ $\quad a_0$: amplitude de l'onde incident

$\rightarrow I_t = a_t^2$ $\quad a_t$: amplitude de l'onde transmise

$\rightarrow I_r = a_r^2$ $\quad a_r$: amplitude de l'onde reflechie

On déduit que $R = r^2$, $T = t^2$ avec $r = \dfrac{a_r}{a_0}$, $t = \dfrac{a_t}{a_0}$

Déterminons l'intensité de l'onde résultante transmise

L'onde transmise	T_1	T_2	T_3	....	T_N
amplitude	$a_0 t^2$	$a_0 t^2 r^2$	$a_0 t^2 r^4$	....	$a_0 t^2 r^{2(N-1)}$
φ	0	φ	2φ	....	$(N-1)\varphi$
amplitude complexe	$a_0 t^2$	$a_0 t^2 r^2 e^{-j\varphi}$	....	....	$a_0 t^2 r^{2(N-1)} \cdot e^{-j(N-1)\varphi}$
δ	0	δ	2δ	....	$(N-1)\delta$

La vitesse résultante est donnée par:

$$\left(a_0 t^2 + a_0 t^2 r^2 . e^{-j\varphi} + \dots + a_0 t^2 r^{2(N-1)} . e^{-j(N-1)\varphi} \right) e^{j\omega t}$$

L'amplitude complexe de la ation résultante est:

$$A = a_0 t^2 \left(1 + r^2 e^{-j\varphi} + \dots + r^{2(N-1)} . e^{-j(N-1)\varphi} + \dots \right)$$

$$A = a_0 T \left(1 + R e^{-j\varphi} + \dots + R^{N-1} . e^{-j(N-1)\varphi} + \dots \right)$$

$$A = \lim_{N \to +\infty} a_0 T . \frac{(1 - R^N . e^{-jN\varphi})}{(1 - R . e^{-j\varphi})}$$

et comme $0 < R < 1 \Rightarrow \lim_{N \to +\infty} R^N = 0$

donc $A = \dfrac{a_0 T}{1 - R e^{-j\varphi}} = \dfrac{a_0 T}{(1 + R\cos(\varphi)) + jR\sin(\varphi)}$

l'intensité de l'onde transmise est $I = |A|^2 = A \times A^*$

$$I = A \times A^* = \frac{a_0^2 T^2}{(1 + R\cos(\varphi))^2 + R^2 \sin^2(\varphi)}$$

$$= \frac{a_0^2 T^2}{1 + 2R\cos(\varphi) + R^2\cos^2(\varphi) + R^2\sin^2(\varphi) + 2R - 2R}$$

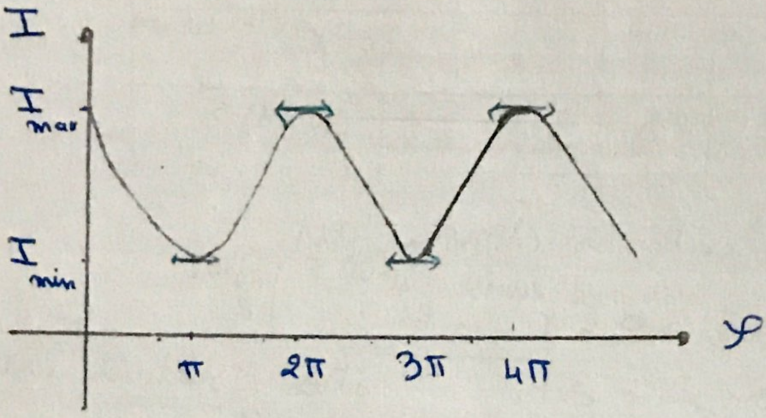
$$I_M = \frac{a_0^2 T^2}{(1-R)^2 + \frac{4R}{(1-R)^2} . \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$I = \frac{a_0^2 T^2 / (1-R)^2}{1 + m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

la fct $\dfrac{1}{1 + m\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$ s'appelle fonction d'Airy on a la contraste $C = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

$I = I_{max} \Leftrightarrow \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\varphi}{2} = k\pi$ ou $\varphi = 2k\pi$

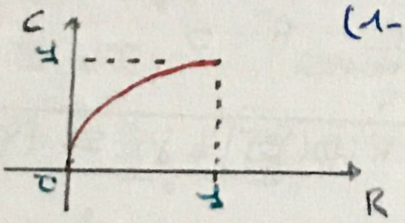
$I = I_{min} \Leftrightarrow \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \varphi = (2k+1)\pi$



$I_{max} = \dfrac{a_0^2 T^2}{(1-R)^2} = I_0$ car $1 - R = T$

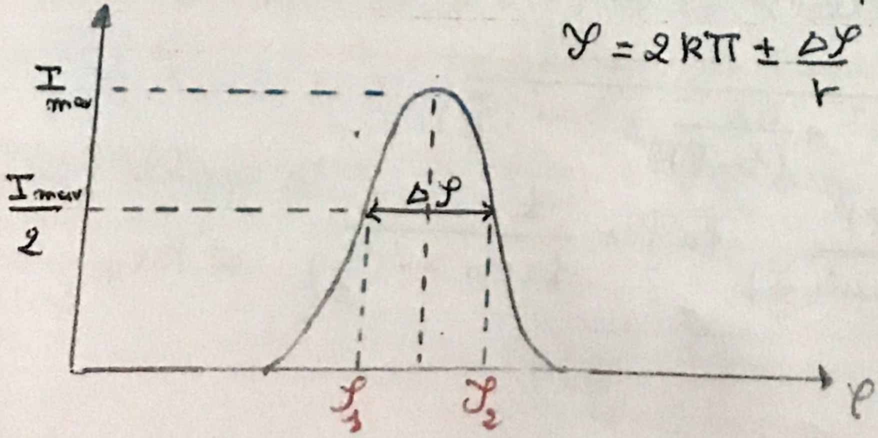
$I_{min} = \dfrac{I_0}{1+m}$ $\quad C = \dfrac{1 - \frac{1}{1+m}}{1 + \frac{1}{1+m}} = \dfrac{m}{m+2}$

$C = f(R)$ avec $m = \dfrac{4R}{(1-R)^2}$

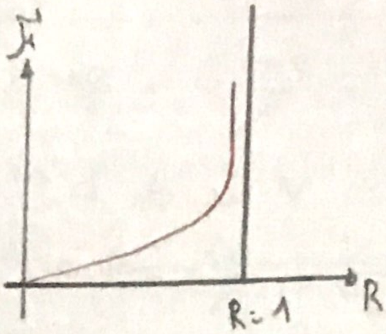


Le coéfficient de finesse :

$F = \dfrac{2\pi}{\Delta\varphi}$ ou $\Delta\varphi$ = la largeur a mi-hauteur du maximum d'intensité telque $I = \dfrac{I_{max}}{2}$ quand $\varphi = 2k\pi \pm \dfrac{\Delta\varphi}{2}$



$$\frac{I_{max}}{2} = \frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{2k\pi \pm \Delta\varphi/2}{2}\right)} = \frac{I_0}{2}$$



$$1 + m \sin^2\left(k\pi \mp \frac{\Delta\varphi}{4}\right) = 2$$

$$m \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{4}\right) = 1 \quad \text{or } \Delta\varphi \text{ petit}$$

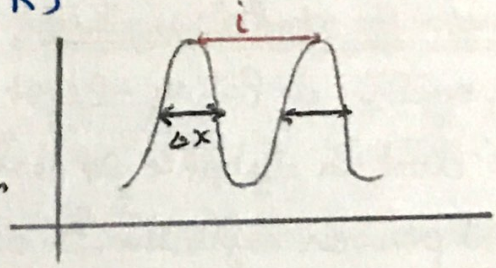
$$\sin\left(\frac{\Delta\varphi}{4}\right) = \frac{\Delta\varphi}{4} \Rightarrow m\left(\frac{\Delta\varphi}{4}\right)^2 = 1$$

$$\Delta\varphi = \frac{4}{\sqrt{m}} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{4}{\sqrt{m}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{2\pi}{\Delta\varphi} = \frac{\pi\sqrt{m}}{2}, \quad m = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

$$F = \pi \frac{\sqrt{R}}{(1-R)}$$

$$F = \frac{\text{Interfrange}}{\Delta x} = \frac{i}{\Delta x}$$



Δx : la largeur à mi-hauteur de la frange

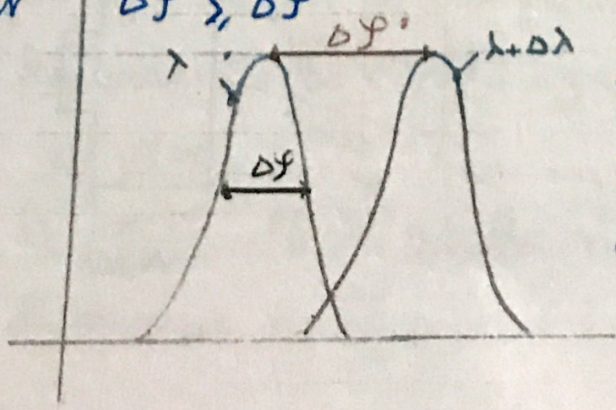
Facteur de Resolution :

Un appareil ou un interferometre, ne peut pas être éclairé par une lumière monochromatique. Il sera éclairé par une source qui emet deux radiations voisines λ et $\lambda + \Delta\lambda$.

le $\Delta\lambda$ est détectable par cet appareil

Ssi $\Delta\varphi'$ de l'écart entre les franges (Anneaux), d'ordre k pour les deux radiations λ et $\lambda + \Delta\lambda$ et au moins $\geq$ la largeur mi-hauteur de la frange.

en effet $\Delta\varphi' \geq \Delta\varphi$



$\Delta\varphi' \geq \Delta\varphi$, c'est ce qu'on appelle pouvoir de Resolution de l'appareil $R = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}$: pouvoir de resolution

$\varphi' = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = 2\pi p = \frac{2\pi}{\lambda}(2e\cos(i))$

Si φ' varie de $\Delta\varphi'$ alors λ varie de $\Delta\lambda$

$$\frac{\Delta\varphi'}{\varphi'} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi' = \varphi' \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2\pi p \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\Delta\varphi' \geq \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\mathcal{F}}$$

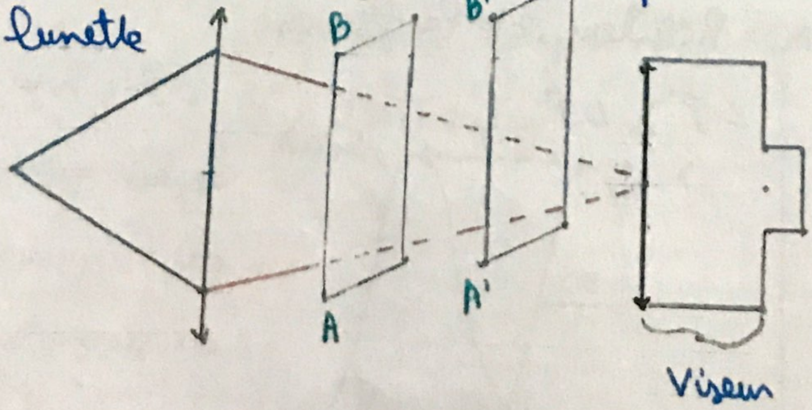
$$2\pi p \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \geq \frac{2\pi}{\mathcal{F}}$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \leq p \cdot \mathcal{F} \Rightarrow R \leq R_{max} = p \cdot \mathcal{F}$$

Interferomètre de Fabry-Pérot :

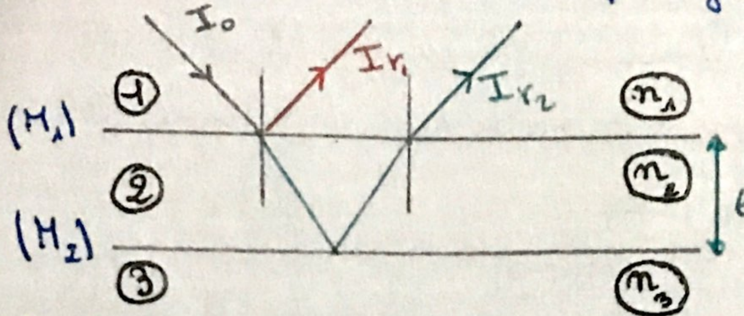
L'interferomètre de Fabry-Pérot se compose de deux lames épaisses en verre dont la distance est réglable. les faces en regard AB et A'B' on un fort pouvoir reflecteur. On donne une forme legerement prismatique aux deux lames de façon que les anneaux crées par les 2 autres faces soient rejetés hors du champs. On observe au moyen d'une lunette V visant à l'infini, les anneaux à l'infini produit par la lame d'air comprise entre AB et A'B'

Si on dispose d'une source S de petite dimensions, il est commode de projeter son image S' près de la pupille d'entrée de la lunette au moyen d'un objectif. L'interferomètre est placé devant l'objectif de la lunette



Application aux couches minces : antireflet.

Soient 3 milieux d'indices respectifs n_1, n_2, n_3



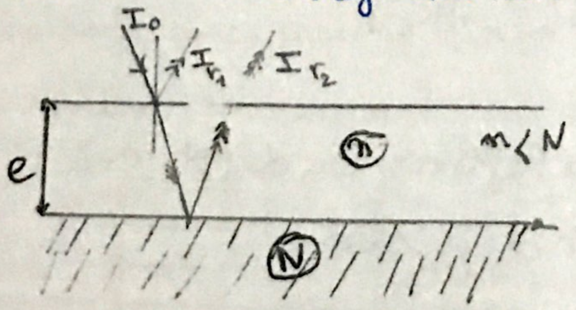
avec $n_1 < n_2 < n_3$

Les rayons reflechis sur les faces M_1 et M_2 donnant
Les intensités I_{r_1} et I_{r_2} sont souvent génant et on desire
les supprimés si les 2 conditions suivant sont réalisées

$n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$ et $n_2 . e = \frac{\lambda_0}{4}$ λ_0 : Longueur d'onde d'éclairage.

en quelque sorte on doit annuler le coéfficient de reflexion
de la couche d'indice n_2 d'epaisseur e.

Exemple : une couche antireflet déposée
sur une surface semi-reflechissante d'une substance transparente
afin de la lumière reflechie sur celle-ci



la lumière reflechis sur le départ sera totalement supprimée
Ssi les rayons reflechis par les deux faces du départ sont d'égale
intensité lumineuse et les vibrations qui transportent son en
opposition de phase

en effet : les rayons reflechis ont des vibrations qui possède un
déphasage $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$ et d.d.o $\delta = 2ne$

Donc les deux vibrations vont s'interferer à l'infini (des anneaux)
Exprimons l'intensité de la lumière reflechie sur le dépôt qui resulte de la superposition des deux ondes reflechis sur les deux faces du dépôt d'intensité I_{r_1}, I_{r_2}

$$I_r = I_{r_1} + I_{r_2} + 2\sqrt{I_{r_1}} \cdot \sqrt{I_{r_2}} \cdot \cos(\varphi)$$

Or $I_{r_1} = R_1 I_0$ et $I_r = r_1^2 \cdot I_0$

R_1: coéfficient de reflexion relatif à l'intensité de face (1)

r_1: " " " " " l'amplitude " "

$$R_1 = r_1^2$$

de même que pour la surface (2)

$$I_{r_2} = R_2 I_0 = r_2^2 I_0$$

$$I_r = I_0 (R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1}\sqrt{R_2} \cos(\varphi))$$

$$I_r = I_0 (r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2 \cos(\varphi))$$

$I_r = I_{min}$ SSi $\cos(\varphi) = -1 \iff \varphi = (2k+1)\pi$

$$I_{min} = I_0 (r_1 - r_2)^2 = I_0 (\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2})^2$$

$I_{min} = 0 \iff r_1 = r_2$ ou $R_1 = R_2$

on note R': le coéfficient de Reflexion du dépôt c-à-d de la couche d'indice n et d'épaisseur e

$$R' = R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1}\sqrt{R_2} \cos(\varphi) = r_1^2 + r_2^2 + 2 r_1 r_2 \cos(\varphi)$$

$R' = 0$ SSi $\left(\varphi = (2k+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda} n e \times 2\right)$ et $(r_1 = r_2$ ou $R_1 = R_2)$

d'après la formule de Fresnel le coéfficient de reflexion relatif à l'amplitude pour une onde incidente qui traverse une surface séparant de milieu transparant de $n_1 \to n_2$ avec $n_1 < n_2$ $\quad r = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$

Dans notre cas $r_1 = \frac{n-1}{n+}$ et $r_2 = \frac{N-n}{N+n}$

$r_1 = r_2 \Leftrightarrow \frac{n-1}{n+1} = \frac{N-n}{N+n} \Rightarrow n = \sqrt{N}$

l'epaisseur minimale du dépôt est $e = e_{min} \Leftrightarrow k = 0$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times 2ne_{min} = \pi \Rightarrow e_{min} = \frac{\lambda_0}{4n}$$

en lumière du jour $\lambda_{J_v} = 0{,}56\ \mu m$

$N = 1{,}34 \Rightarrow$ cryolithe ou chlorure de magnésium.

$$e_{min} = \frac{0{,}56}{4 \times 1{,}34} \simeq 1040\ \text{Å}$$

Remarque : les verres ordinaires $N \rightarrow 1{,}5$ à $1{,}8$

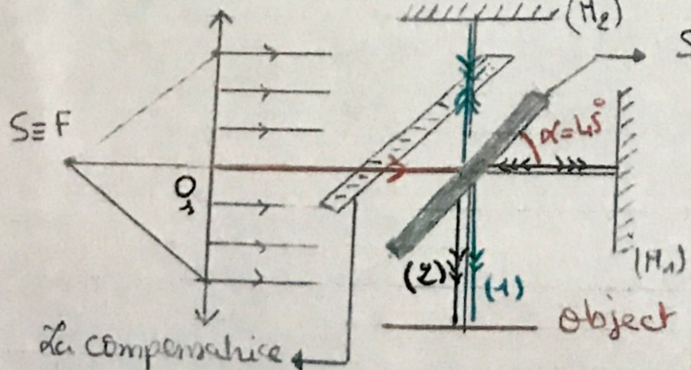
$n = \sqrt{N} \rightarrow 1{,}22$ à $1{,}34$

le dépot sur le verre à traiter (cryolithe exemple) donnera une teinte bleu au verre à traiter

Interferomètre de Michelson.

c'est un dispositif interferentiel qui nous permet de réaliser des interferences par Division d'Amplitude.

Description du dispositif de Michelson



Séparante : lamme a faces // d'indice n et d'epaisseur e très petite

Les deux rayon (1) et (2) ont d.d.o $\delta = 2ne$

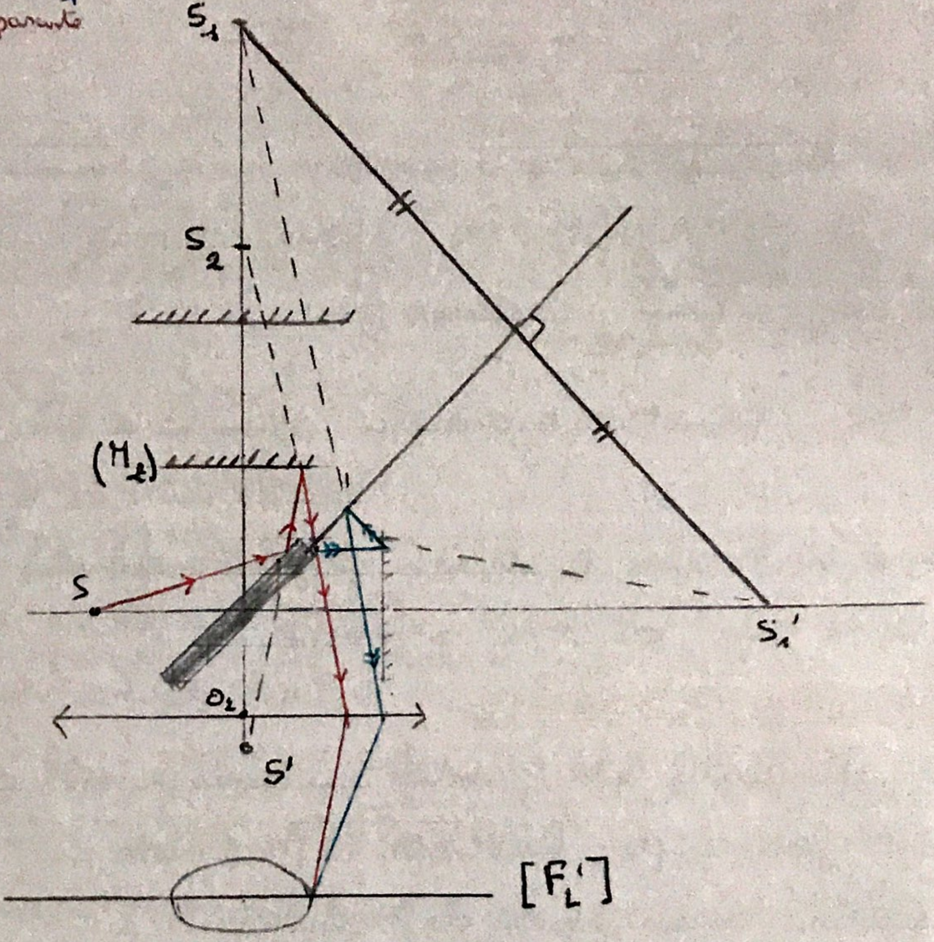
Selon le reglage de l'interferomètre, il pourra fonction soit en lame d'Air à faces // et lame coin d'Air.

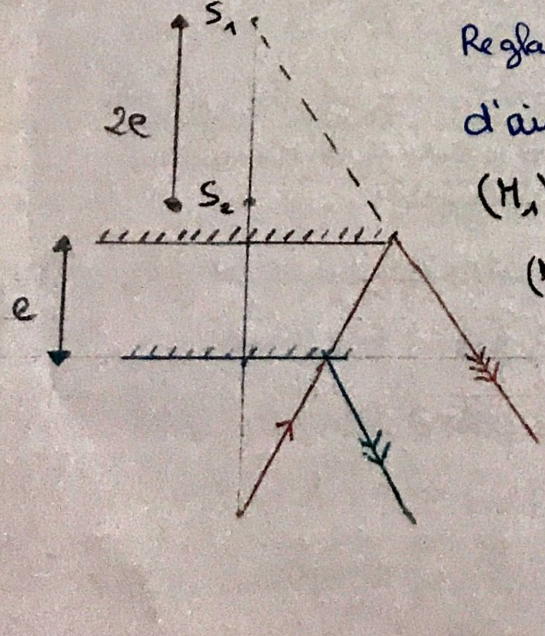
Reglage de l'interferometre de Michelson en lamme d'Air à face // formé par les deux miroir (M'_1) et (M_2)

avec $(M_1) \xrightarrow[\text{séparante}]{\text{Lame}} (M_1')$, on déplace le miroir (M_1) // à lui même distance $d = e$ par rapport à la position initiale.

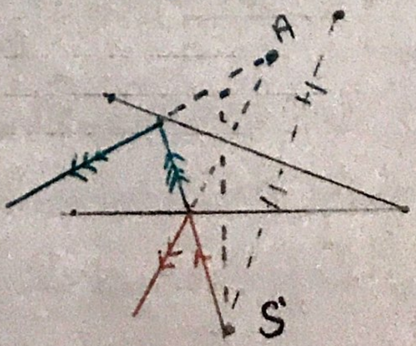
$$S \xrightarrow[\text{séparante}]{\text{Lame}} S' \xrightarrow{(M_2)} S_2$$

$$S \xrightarrow{(M_1)} S_1' \xrightarrow[\text{séparante}]{\text{lame}} S_1$$





Reglage de l'interferometre en lame coin d'air formé par (M_2) et (M_1') avec $(M_1) \xrightarrow[\text{séparante}]{\text{lame}} (M_1')$, on fait tourner le miroir (M_1) d'un angle α petit



$A \in (\Delta') \parallel (\Delta)$

(Δ) = Arrête $\cap$ de (M_2) et (M_1)